التمرين الأول :

نعتبر الدالة f المعرفة بما يلي :
$$\begin{cases} f(x)=\dfrac{1-\cos x}{x+\sin x} & ; \quad x>0 \\ f(0)=0 & \\ f(x)=\dfrac{x^2}{2}E\left(\dfrac{1}{2x}\right) & ; \quad x<0 \end{cases}$$

1) بين أن f قابلة للاشتقاق على يمين النقطة $a=0$

2) هل الدالة f قابلة للاشتقاق في النقطة $a=0$ ؟

التمرين الثاني :

- أدرس قابلية اشتقاق الدالة $f(x)=\dfrac{\sqrt[3]{x+4}-1}{\sqrt{x}+1}$ في النقطة $x_0=4$
- أدرس قابلية اشتقاق الدالة $f(x)=\sin x\ E\left(\dfrac{x}{2}\right)$ في النقطة $x_0=0$

التمرين الثالث :

1) أ- باستعمال مبرهنة التزايدات المنتهية بين أن $\dfrac{x}{1+x^2}\leq \arctan x \leq x \quad (\forall x\geq 0)$

ب- استنتج النهاية : $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x-\arctan x}{x^2}$

2) باستعمال مبرهنة التزايدات المنتهية بين أن :
$$(\forall x>1) \quad \arctan(x+1)-\arctan x \leq \frac{1}{1+x^2}\leq \arctan x-\arctan(x-1)$$

3) أ- باستعمال مبرهنة التزايدات المنتهية بين أن $\sin x\leq x \quad (\forall x\geq 0)$

ب- أثبت أن $\cos x\geq 1-\dfrac{x^2}{2} \quad (\forall x\in\mathbb{R})$

4) باستعمال مبرهنة التزايدات المنتهية أحسب النهاية $\lim\limits_{x\to+\infty}\sqrt[n]{x^{n-1}}\left(\sqrt[n]{x+1}-\sqrt[n]{x}\right)$

التمرين الرابع :

لتكن f دالة قابلة للاشتقاق على $[a,b]$ و بحيث $f(a)=f(b)=0$ و $f'(a)f'(b)<0$

بين أن $f''(c)=0 \quad (\exists c\in]a,b[)$

التمرين الخامس :

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ بما يلي : $f(x)=\arctan\left(\sqrt{x^2+1}-x\right)$

1) أ- بين أن $\sqrt{x^2+1}-x\geq 0 \quad (\forall x\in\mathbb{R})$

ب- أكتب $f(-x)$ بدلالة $f(x)$ ماذا تستنتج ؟

2) بين أن f قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$ و أحسب $f'(x)$

3) استنتج أن $\arctan\left(\sqrt{x^2+1}-x\right)=\dfrac{\pi}{4}-\dfrac{1}{2}\arctan x \quad (\forall x\in\mathbb{R})$

التمرين السادس :
التمرين السادس :

نعتبر الدالة F المعرفة على المجال $\left[0,\frac{\pi}{2}\right]$ بما يلي : $F(x)=4x(\pi-x)-\pi\sin^2 x$

1) بين ان F قابلة للاشتقاق مرتين أن $F''(x)=-2(4+\pi\cos 2x)$

2) أدرس منحى تغيرات الدالة F' و استنتج إشارة $F'(x)$

3) استنتج أن $\sin^2 x\le\frac{4}{\pi}x(\pi-x)$ $\left(\forall x\in\left[0,\frac{\pi}{2}\right]\right)$

التمرين السابع :
التمرين السابع :

نعتبر الدالة العددية h المعرفة على $D=\left[0,\frac{\pi}{2}\right[$ بما يلي : $h(x)=\frac{1+\sin x}{\cos x}$

1) بين أن h تقابل من D نحو مجال J يتم تحديده

2) بين أن h^{-1} قابلة للاشتقاق عل المجال J و أن $\left(h^{-1}\right)'(x)=\frac{2}{1+x^2}$ $(\forall x\in J)$

3) استنتج أن $h^{-1}(x)=2\arctan(x)-\frac{\pi}{2}$ $(\forall x\in J)$

التمرين الثامن :
التمرين الثامن :

لتكن G الدالة العددية المعرفة على المجال $I=\left[-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right]$ بما يلي : $G(x)=\sin x$

1) بين أن G تقابل من I نحو مجال J يتم تحديده

2) بين أن الدالة G^{-1} قابلة للاشتقاق على $]-1,1[$ و أن $\left(G^{-1}\right)'(x)=\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$

3) نضع $h(x)=2G^{-1}\left(\sqrt{x}\right)-G^{-1}(2x-1)$

أ- بين أن مجموعة تعريف h هي $D=[0,1]$

ب- بين أن h قابلة للاشتقاق على المجال $]0,1[$ و أحسب المشتقة $h'(x)$

ج- أحسب $G^{-1}(1)$ و استنتج أن $2G^{-1}\left(\sqrt{x}\right)=\frac{\pi}{2}+G^{-1}(2x-1)$ $\left(\forall x\in[0,1]\right)$

التمرين التاسع :
التمرين التاسع :

لتكن f دالة متصلة على $[a,b]$ و قابلة للاشتقاق على المجال $]a,b[$

1) بين أن $2f(c)=f(a)+f(b)$ $\left(\exists c\in[a,b]\right)$

2) نضع $g(x)=f(x)-f(c)$ لكل x من المجال $[a,b]$ بين أن $g(\alpha)=0$ $\left(\exists\alpha\in[a,b]\right)$

3) استنتج أن $f'(\beta)=0$ $\left(\exists\beta\in[a,b]\right)$

التمرين العاشر :
التمرين العاشر :

لتكن f دالة قابلة للاشتقاق مرتين على المجال $[a,b]$ و بحيث $f(a)=f(b)$ و $f'(a)f'(b)<0$

بين أن $f''(c)=0$ $\left(\exists c\in\,]a,b[\right)$